Программа учебной дисциплины

|  |  |
| --- | --- |
| Название дисциплины | *Функциональное интегрирование в теории хаотических классических систем* |
| Где проводится | *На Старой Басманной (корпус Б) или на базовой кафедре* |
| Автор(ы) программы | *Вергелес Сергей Сергеевич, к.ф.-м.н., доцент Факультета физики НИУ ВШЭ, н.с. Института теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН* |
| Курс | *4* |
| Модули | *3,4* |
| Объём курса | *1 пара лекций и 1 пара семинаров в неделю* |
| Элементы контроля | *– еженедельные домашние работы,*  *– две контрольные работы в конце каждого модуля* |

# 1. Аннотация дисциплины

*Краткая (несколько предложений, до 1/2 страницы) информация о дисциплине, её целях и задачах, связи с другими дисциплинами*

Курс нацелен на освоение студентами базовых знаний в области построения и использования техники интегралов по траекториям в квантовой механике и статистической физике. Изучение дисциплины начинается с определения понятия интеграла по траекториям и демонстрации его соответствия квантовой механике. Затем развивается квази-классическое приближение, строится голоморфное представление. Решаются задачи о расщеплении уровней в двух-ямном потенциале, поляроне и рассеянии в приближении эйконала. После этого развивается техника функционального интегрирования для исследования задач классической кинетики, когда в уравнении на классическую величину присутствует ланжевеновский шум. Техника, в частности, применяется для развития диаграммной техники в целях построения кинетической теории слабой турбулентности, а также для исследования статистики редких флуктуация в турбулентном состоянии поля скорости, подчиняющегося уравнению Бюргерса. В задачи дисциплины входит формирование у студентов умений и навыков применять изученные методы для самостоятельного решения задач. Первая, квантовомеханическая часть, тесно связана с обще-факультетской дисциплиной “Квантовая механика”, которая изучается студентами во втором семестре 2го курса и в первом семестре 3го курса. Вторая часть курса во ряде аспектов является продолжением базовой дисциплины “Стохастические процессы и моделирование в физике”.

# 2. Программа дисциплины

1. *Необходимо указать:*
2. ***Цели освоения* *дисциплины***

Целями освоения дисциплины "Функциональное интегрирование в теории хаотических классических систем" являются:

1. формирование у студентов профессиональных компетенций, связанных с использованием современных теоретических подходов, использующих интегралы по траекториям,
2. приобретение навыков получения количественных оценок основных параметров, характеризующих свойства квантовых замкнутых и открытых систем, статистических свойств многочастичных систем,
3. формирование подходов к проведению исследований в разных областях физики и анализу полученных результатов,
4. развитие умений, основанных на полученных теоретических знаниях, позволяющих развивать качественные и количественные физические модели для исследования свойств квантовых замкнутых и открытых систем, статистических свойств многочастичных систем.

Настоящая дисциплина относится к вариативной части профессионального цикла дисциплин студентов, обучающихся в бакалавриате. В соответствии с рабочим учебным планом по направлению «Физика» дисциплина «Интегралы по траекториям» читается студентам второго третьего бакалавриата.

Изучение данной дисциплины базируется на знаниях, полученных студентами при освоении учебных дисциплин:

* Квантовая механика
* Термодинамика
* Электричество и магнетизм

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении дисциплин:

* Квантовая электродинамика
* Статистическая физика
* Физика лазеров

1. ***Основные разделы (части) дисциплины***
2. 1. Интегралы по траекториям в квантовой механике. Свободная частица и квантовый осциллятор.

2. Квантово-механическое задачи: Эффект Ааронова-Бома, двухъямный потенциал, полярон, рассеяние быстрых частиц на потенциале (метод эйконала).

3.

***Программа дисциплины (темы, расшифровки тем). В идеале — понедельный план лекций (семинаров, лабораторок).***

*Интегралы по траекториям в квантовой механике.*

Определение, основные свойства. Координатное представление. Хронологическое упорядочение средних.

*Движение свободной частицы.*

Квазиклассическое приближение для вычисления интегралов по траекториям и поправки к нему. Квадратичные средние от координаты и скорости, средняя энергия, разновременные средние.

*Движение в потенциале.*

Координатно-импульсное представление интеграла по траекториям. Коммутационные условия, процедура упорядочения операторов в гамильтониане. Упорядочение операторов в гамильтониане на примере гамильтониана Паули. Эффект Ааронова-Бома.

*Гармонический осциллятор.*

Классическое действие и учёт квантовых флуктуаций. Источники. Фейнмановская (причинная) функция Грина. Формула Гельфанда-Яглома для движения в гармоническом переменном во времени потенциале. Ангармонический осциллятор: построение диаграммной техники. Вычисление поправки к энергии основного состояния через развитие техники теории возмущений для функционального интеграла.

*Голоморфное представление.*

Соответствие функциональных интегралов, записанных в голоморфном и координатно-импульсном представлениях. Получение закона сохранения энергии путём вариации переменных интегрирования в функциональном интеграле.

*Прохождение частицы через барьер.*

Вычисление пропагатора. Туннелирование под барьером: учёт точек поворота.

*Двухъямный потенциал.*

Поворот контура интегрирования по времени в комплексной плоскости: переход от квантовой механики к статистической физике. Определение энергий двух нижних уровней: построение инстантонного решения; учёт флуктуаций, выделение нулевой моды; мульти-инстантонные решения.

*Полярон.*

Запись гамильтониана. Функции Грина для задачи без взаимодействия. Построение теории возмущений по малому взаимодействию, вычисление собственно-энергетической части. Исключение фононных степеней свободы. Решение задачи о движении электрона в фононном вакууме методом пробного потенциала эффективного самодействия.

*Рассеяние быстрых частиц на потенциале, метод эйконала.*

Введение вспомогательных полей для перехода к интегрированию по прицельному параметру. Геометрическая интерпретация полученных результатов.

*Интегралы по траекториям в применении к описанию кинетики классических систем.*

Запись уравнения Ланжевена через функциональный интеграл. Флуктуационно-диссипационная теорема. Задача о релаксации в квадратичном потенциале. Построение инстантонного решения для сильных флуктуаций: сохраняющаяся величина на инстантонном решении, оптимальная траектория как аналог квази-классики.

*Волновые системы.*

Построение действия в функциональном интеграле. Корреляционная функция и функция Грина. Левая часть кинетического уравнения. Пример волновых систем – волны на поверхности воды, звуковые волны, инерционные волны.

*Кинетическое уравнение.*

Вывод кинетического уравнения для гамильтоновых систем с четырёх-волновым взаимодействием. Турбулентные спектры в волновых системах. Условие локальности взаимодействия по масштабам. Спектр слабой турбулентности для звуковых волн. Спектр слабой турбулентности для инерционных волн.

*Кинетическое уравнение для систем с четырёх-волновых взаимодействием.*

Вывод кинетического уравнения. Турбулентные каскады для гравитационных волн. Нелинейное уравнение Шредингера как пример интегрируемой системы, не описывающейся кинетическим уравнением.

*Полимеры.*

Описание конформаций полимерных молекул на языке функционального интеграла. Учёт исключенного объёма. Полимерные цепи во внешнем поле.

*Уравнение Бюргерса со случайной накачкой.*

Турбулентное состояние: характерные значения флуктуирующих величин. Хвосты функции распределения: построение инстантонного решения для сильных флуктуаций градиента скорости.

# 3. Элементы контроля и правила оценивания *(см. рекомендации академического совета ФФ)*

*Необходимо:*

1. *Перечислить используемые элементы текущего контроля, дать их краткое описание.*
2. *Сформулировать правила выставления оценки.*

Оценки по всем формам контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

Текущий контроль предусматривает выполнение каждую неделю домашнего задания.

Контрольная работа: две контрольные работы, выполняемые в конце 3-го и 4-го модулей семестра соответственно.

Накопленная оценка Отекущая рассчитывается как взвешенная сумма оценок за самостоятельные занятия студента (выполнение домашних заданий) и за две контрольные работы:

Онакопленная = 0,5 \* Одомашнее задание + 0,25 \* Окр1 + 0.25 \* Окр2,

где каждая оценка выставляется по 10-ти бальной шкале. Способ округления – арифметический (оценки с дробной частью менее 0.5 округляются в меньшую сторону).

Итоговая оценка есть накопленная оценка

Оитоговая = Онакопленная

## 4. Примеры заданий элементов контроля

*Для каждого элемента контроля из списка выше привести пример (можно реально использовавшийся, можно аналогичный) задания (задача домашней работы, пример экзаменационного билета, пример задачи контрольной работы, пример задания для практикума и т.п.)*

Блокирующие элементы не предусмотрены.

***Примеры задач для домашней работы:***

1. Найдите поправку к энергии основного состояния ангармонического осциллятора через поиск матричного элемента возмущённого оператора эволюции, когда начальным и конечным состояниями является основное состояние.

2. Получить оптимальную флуктуацию для случайного блуждания в квадратичном потенциале в формализме Гамильтона

***Примеры задач для первой контрольной работы:***

1. Показать, что в континуальном интеграле гамильтониан в действии не играет роли при определение коммутатора [p,x]

1. Для свободного движения частицы найти квантовую поправку к среднему от произведения двух операторов координаты, взятые в разные моменты времени.

***Примеры задач для второй контрольной работы:***

1. Покажите, что амплитуда рассеяния в приближении эйконала удовлетворяет оптической теореме.

2. Найдите оптимальную траекторию, описывающую достижение редкого состояния в задаче о диффузии в произвольном потенциале. Покажите, что уравнения на траекторию имеют гамильтонову форму.

# 5. Рекомендованная литература и ссылки по теме

## 5.1. Основной список

*Здесь до 5 самых основных учебников, задачников, ссылок на сайты по теме дисциплины.*

1. Rosenfelder, Roland. "Path Integrals in Quantum Physics." — arXiv preprint arXiv:1209.1315 (2017) — 211 p.

2. Фейнман Р., Статистическая механика. Курс лекций. — М.: Мир, 1975 — 407 с.

3. Schulman L.S. Techniques and Applications of Path Integration. Dover Publications, 2005. — 446 p.

## 5.2. Дополнительный список

*Без ограничений. Если какая-то литература относится к конкретному разделу дисциплины, то желательно указывать это.*

1. Kleinert H. Path Integrals in Quantum Mechanics, Statistics, Polymer Physics, and Financial Markets. 5th. (online) ed. - Berlin: Freie Universität, 2009. - 1640 p.

2. Попов В.Н. Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статистической физике. Москва: Атомиздат, 1976. — 256 с.