**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  "Национальный исследовательский университет  "Высшая школа экономики"**

Факультет Физики, Базовая кафедра теоретической физики Института Теоретической Физики им. Л.Д.Ландау РАН

**Программа учебной дисциплины**

**«Введение в теорию неупорядоченных систем»**

для образовательной программы  **«Физика»**

уровень магистр

Разработчик программы

Иоселевич Алексей Соломонович, д.ф.-м.н., asioselevich@hse.ru

Москва, 2023

**Краткая аннотация курса**

Курс посвящен изложению основных идей и фактов теории неупорядоченных квантовых систем, с упором на приложения к физике конденсированных сред. Подробно рассматриваются свойства неупорядоченных полупроводников, в основном в диэлектрической фазе (хвосты плотности состояний в запрещенной зоне, прыжковая проводимость, законы Мотта и Эфроса-Шкловского). По ходу дела излагаются основы теории перколяции и теории электрических цепей с экспоненциально сильными флуктуациями параметров. Эти теории затем применяются для описания механизмов проводимости в системах со случайно расположенными примесями. Обсуждаются критерии локализации и мультифрактальные свойства волновых функций вблизи локализационного перехода. Рассматриваются эффекты слабой локализации в слабо неупорядоченных металлах. Предполагается хорошее знакомство слушателей с квантовой механикой и физикой твердого тела, а также свободное владение стандартной математикой. Курс в основном рассчитан на студентов теоретиков, но большая его часть вполне доступна и для экспериментаторов.

**Формы контроля знаний студентов**

1. **Еженедельная сдача домашних заданий.** Каждое из заданий состоит из 3-5 задач по теме предыдущих лекций. Решения оформляются в письменном виде (набираются на компьютере) и посылаются преподавателю по электронной почте. Их нужно стать до дедлайна (следующего занятия), при несвоевременной сдаче за задачу засчитывается только 50% заработанных за нее баллов.

2. **Итоговый экзамен**. В конце курса каждый студент получит индивидуальное задание, состоящее из нескольких довольно трудных задач. На их решение дается неделя, в конце которой студенты посылают преподавателю письменные решения и, при необходимости, представляют их у доски.

3. Оценки по всем формам контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

**Порядок формирования оценок по дисциплине**

1. Накопленная оценка N по дисциплине рассчитывается по формуле

N=0.8\*H+0.2\*S,

где H - накопленная оценка за домашние задания, S - оценка за работу на семинарах.

2. В диплом выставляется результирующая оценка по учебной дисциплине R; она вычисляется по формуле

R=[0,6\*[N]+0,4\*E],

где [...] — обычное арифметическое округление, N — накопленная оценка (без округления), E —  оценка, набранная за экзаменационные задачи.

3. Если накопленная оценка N получается не меньше 9, студенту может быть (по его просьбе) автоматом поставлена оценка R=[N].

**Содержание дисциплины**

1. Виды и проявления беспорядка в конденсированных средах. Динамический беспорядок: самоусредняемость. Статический (замороженный) беспорядок: усреднение по ансамблю. Неэквивалентность двух способов усреднения. Метод реплик.

2. Невзаимодействующие электроны: модель Андерсона. Плотность состояний в модели Андерсона. Сильный беспорядок. Слабый беспорядок. Роль резонансных пар. Рассеяние в модели Андерсона при слабом беспорядке.

3. Плотность состояний в модели Ллойда: точное решение.

4. Хвосты плотности состояний и их роль в оптике. Хвосты плотности состояний для случая гауссова случайного потенциала. Метод оптимальной флуктуации. Случай ”пространственного белого шума”. Случай “плавного потенциала”. Плотность состояний электрон-дырочных пар.

5. Предэкспоненциальный множитель в вероятности оптимальной флуктуации. Нулевые моды. Ненулевые моды

6. Плотность состояний вблизи границы спектра в модели Андерсона с ограниченными флуктуациями. Применение метода оптимальной флуктуации: качественные оценки. Формулировка и решение вариационной задачи.

7. Модель Лифшица. Случай высокой плотности примесей. Длина свободного пробега электронов при высокой плотности примесей. Случай низкой плотности примесей. Классификация состояний. Ближний хвост плотности состояний. Дальний хвост плотности состояний. Область провала. Очень малые энергии.

8. Ближе к реальности: легированный полупроводник. Доноры и акцепторы . Статистика электронных уровней слабо легированного полупроводника. Дальнодействующие случайные поля и разброс донорных уровней. Линейное экранирование в слабо легированном слабо компенсированном полупроводнике. Разброс уровней в тонкой диэлектрической пленке.

9. Обзор механизмов проводимости слабо легированного по- лупроводника в разных температурных интервалах. Термодинамика легированного полупроводника.

10. Прыжковая проводимость. Сетка сопротивлений Миллера и Абрахамса. Прыжковая проводимость и теория перколяции.

11. Обзор основных идей и результатов теория перколяции . Задача связей. Задача узлов. Бесконечный кластер и его свойства вблизи перколяционного перехода. Корреляционный радиус. Фрактальные свойства бесконечного кластера на промежуточных масштабах. Задачи перколяции на случайных узлах.

12. Прыжковая проводимость по ближайшим соседям (Nearest Neighbour Hopping – NNH).  Зависимость от концентрации доноров. Зависимость от магнитного поля. Зависимость от температуры.

13. Еще одна экскурсия в теорию перколяции: Системы с экспоненциально сильными флуктуациями. Критическая подсетка кондактансов. Предэкспоненциальный множитель в проводимости. Кондактанс точечного контакта. Случай близких контактов: “дерево лидеров”. Случай далеких контактов. Неоднородные задачи в прыжковой проводимости.

14. Прыжковая проводимость с переменной длиной прыжка (Variable Range Hopping – VRH). Закон Мотта. Качественный вывод закона Мотта. Перколяционный вывод.  Магнитосопротивление в области VRH. Влияние подбарьерного рассеяния на прыжковую проводимость с переменной длиной прыжка.

15. Корреляционные эффекты. Кулоновская щель. Пошаговая минимизация энергии. Плотность состояний с учетом корреляционных эффектов. Проводимость в присутствии кулоновской щели. Закон Эфроса-Шкловского.

16. Размерные эффекты в прыжковой проводимости. Зависимость продольной проводимости пленки от ее толщины. Какими должны быть продольные размеры пленки, чтобы ее проводимость самоусреднялась? Кулоновская щель в пленке. Кулоновская щель в тонкой пленке c большой диэлектрической проницаемостью

17. Локализационный переход. Локализованные и делокализованные волновые функции: простейшие примеры и их обобщение. Переход Андерсона и длина локализации. Как отличить локализованную функцию от делокализованной в общем случае? Фазовая диаграмма. Качественное описание перехода Андерсона.

18. Мультифрактальность волновых функций вблизи критической точки (локализационного перехода). Иерархическая структура мультифрактальных волновых функций.

19. Слабая локализация. Связь между вероятностью ухода, коррелятором плотность-плотность и функцией Грина частицы. Применение к задаче о примесях. Главное квазиклассическое приближение: диффузия. Вероятность возврата. Локализационные поправки. Магнитосопротивление в области слабой локализации. Роль неупругого рассеяния и температурная зависимость локализационных поправок.

* + **Примеры домашних заданий.**

1. Плотность состояний в одномерной модели Ллойда.Найдите явное аналитическое выражение для средней плотности состояний в модели Ллойда для одномерной цепочки при произвольном соотношении между параметрами E, t, Γ. Отдельно исследуйте полученное выражение вблизи Ван-Хововской особенности, считая, что Γ, ε ≪ t, где ε ≡ E + 2t.

2. Расходимость потенциала некоррелированных примесей. Покажите, что электростатический потенциал, создаваемый хаотически (без корреляций) расположенными зарядами расходится даже в том случае когда система в среднем нейтральна – средние концентрации положительных и отрицательных зарядов совпадают.

3. Самые большие конечные кластеры – критические – имеют линейные размеры ∼ ξ. Как вы думаете каково характерное число узлов sc в таких кластерах?

4. Вблизи порога перколяции плотность бесконечного кластера очень мала, значит почти все узлы принадлежат конечным кластерам. Как вы думаете, где они в основном расположены – в маленьких кластерах, состоящих из s ∼ 1 узлов, или в критических – с s ∼ sc?

5. Задача об эллипсоидах. Докажите, что для случая фигур, имеющих форму одинаково ориентированных эллипсоидов, величина Bcr в задаче перколяции на случайных узлах в точности совпадает с той же величиной для случая шаров.

6. Задача о двух точечных контактах. Покажите, что если к системе, находящейся в режиме NNH, подвести два точечных контакта на расстоянии R≪L(net) друг от друга, то ток потечет по единственной выделенной цепочке из доноров, причем основное падение напряжения будет сосредоточено на единственном, самом длинном, звене этой цепочки. Оцените масштаб флуктуаций сопротивления между точечными контактами.

7, Магнитосопротивление в области VRH. Оцените (с точностью до численного коэффициента) зависимость ln σ от магнитного поля в области проводимости c переменной длиной прыжка. Определите величину поля кроссовера H(VRH), такого, что при H ≪ H(VRH) относительная поправка к величине lnσ, возникающая за счет магнитного поля, мала, а при H ≫ H(VRH) – велика. Как H(VRH) зависит от температуры? Сформулируйте и обезразмерьте задачу перколяции, возникающую в области H ≫ H(VRH) и найдите зависимость lnσ от H и от T в этой области.

8. Кулоновская щель в пленке. В пленке толщиной l исследуйте плотность состояний ν(ε) (на единицу ее площади) в различных диапазонах толщины l и энергии ε. Диэлек- трические проницаемости пленки и окружающего пленку пространства считайте одинаковыми.

**Базовые учебники**

1. Б.И.Шкловский, А.Л.Эфрос, Электронные свойства легированных

полупроводников, М.: Наука, (1979).

2. А.С.Иоселевич, конспект данного курса лекций (посылается всем слушателям по электронной почте частями, по мере прочтения)

3. В.Ф.Гантмахер, Электроны в неупорядоченных средах, М., Физматлит, 2003.

4. И.М.Лифшиц, С.А.Гредескул, Л.А.Пастур, Введение в теорию неупорядоченных систем, Москва, Физматлит, (1982).

* + **Дополнительная литература**

1. Дж.Займан, Модели беспорядка, М., Мир, 1982.

2. А.А.Абрикосов, Основы теории металлов, М., Физматлит, 2003.

3. А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский,

Методы квантовой теории поля в статистической физике,

Москва,(1998).

4. Й.Имри, Введение в мезоскопическую физику, Москва, Физматлит, (2002).

5. B.I.Shklovskii, B.Z.Spivak, Scattering and Interference Effects in Variable Range Hopping Conduction, in: Hopping transport in solids, eds. (M.Pollak and B.I.Shklovskii, pp. 271-348, Springer, (1991).

6. B.L.Altshuler, A.G.Aronov, Electron-electron interactions in disordered

Conductors, in: Electron-electron interactions in disordered

systems, eds. A.L.Efros, M.Pollak, North-Holland, Amsterdam, (1985).

* + **Дистанционная поддержка дисциплины**

Конспект лекций в электронной форме рассылается всем студентам после каждой лекции, в случае форс-мажорных обстоятельств возможен переход в онлайн режим.